

УДК 519.248

Т. О. СТЕФАНОВИЧ, С. В. ЩЕРБОВСЬКИХ

*Національний університет «Львівська політехніка», Львів*

## МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ МІСТКОВОЮ СТРУКТУРОЮ, В ЯКІЙ ВНУТРІШНІЙ ЕЛЕМЕНТ ФУНКЦІОНУЄ У НЕНАВАНТАЖЕНОМУ РЕЗЕРВІ

*Запропоновано математичну модель надійності системи із містковою структурою, в якій внутрішній елемент функціонує у ненавантаженому резерві, призначену для аналізу причин непрацездатності такої системи. Модель адекватно враховує вплив зміни навантаження у внутрішньому елементі місткової структури на ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи. Процес зміни навантаження формалізовано динамічним деревом відмов, а ймовірнісні характеристики визначено за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержані результати є основою для розроблення заходів щодо підвищення надійності досліджуваної системи.*

**Ключові слова:** *модель надійності, причина непрацездатності, місткова структура, перерозподіл навантаження, динамічне дерево відмов, граф станів та переходів, марковська модель.*

### Вступ. Постановка проблеми

Розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності технічних систем виконують на основі пошуку та аналізу причин їх непрацездатності. Під причиною непрацездатності розуміємо унікальний набір елементів системи, одночасна непрацездатність яких спричиняє непрацездатність усієї системи. Завдання аналізу надійності полягає у тому, щоб знайти усі незалежні причини непрацездатності системи та визначити їх ймовірнісні характеристики. У роботі досліджуємо систему із містковою структурою, яка є проміжним різновидом між системою із роздільним резервуванням та системою із загальним резервуванням. Фактично, таку систему слід розглядати як систему із роздільним резервуванням, в якій внутрішній елемент, який з'єднує виходи елементів першої групи та входи елементів другої групи, не є абсолютно надійним. Під час аналізу ряду систем із містковою структурою спостерігаємо особливість, яка полягає у тому, що внутрішній елемент перебуває у ненавантаженому режимі і сприймає навантаження лише після відмови інших елементів системи. Зміна навантаження цього елемента змінює параметри його надійності, що впливає на ймовірнісні характеристики надійності системи. Таким чином, постає проблема формалізації надійності та врахування впливу зміни навантаження внутрішнього елемента під час аналізу причин непрацездатності місткової системи. Дана проблема виникає під час забезпечення заданого рівня надійності радіотехнічних, електротехнічних та механічних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної безпеки.

### 1. Огляд літературних джерел

Для визначення ймовірнісних характеристик причин непрацездатності систем виділяємо два підходи [1]. Перший ґрунтується на складанні дерева відмов системи, яке аналізують логіко-ймовірнісним методом [2, 3]. Зміст цього підходу полягає у тому, що на основі дерева відмов складають логічні умови, які відповідають причинам непрацездатності системи, а потім їх перетворюють у ймовірнісні вирази. Такий підхід простий у застосуванні, проте на його основі не можна коректно враховувати процеси, пов'язані зі зміною навантаження елементів. Другий підхід базується на побудові динамічного дерева відмов системи, для аналізу якого застосовують кілька різних методів. Зокрема, в [4] динамічне дерево відмов перетворюють у мережу Петрі, кількісний аналіз якої виконують методом Монте-Карло. Недоліком цього методу є спотворення результатів моделювання стохастичними флуктуаціями, а також значні часові затрати на обчислення. В [5, 6] динамічне дерево відмов перетворюють у марковську модель, яку обчислюють чисельним методом. Недолік цього методу полягає у високій розмірності марковської моделі, а також у її обмеженні експоненціальним розподілом. Для послаблення обмеження експоненціальним розподілом необхідно застосувати розщеплення простору станів [7], яке забезпечує адекватне врахування запам'ятовування передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

## 2. Задачі дослідження

– математично описано надійність системи із містковою структурою, в якій внутрішній елемент функціонує у ненавантаженому резерві на основі динамічного дерева відмов;

– побудовано модель станів та подій, а також розщеплену однорідну марковську модель системи;

– визначено кількісні характеристики для усіх причин непрацездатності.

## 3. Опис системи та її динамічне дерево відмов

Система складається із п'яти елементів (рис. 1): двох блоків, які генерують сигнал SRC1 і SRC2 (далі за текстом – генераторів), двох блоків, які одержують сигнал RSV1 і RSV2 (далі за текстом – одержувачів) та силового перемикача SWT.

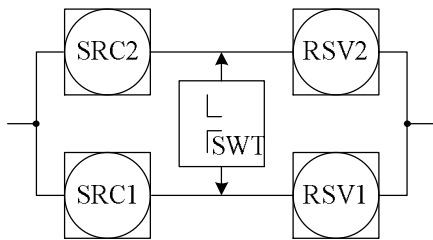


Рис. 1. Структура і динамічне дерево відмов системи

Генератор SRC1 та одержувач RCV1 утворюють першу підсистему, а генератор SRC2 і одержувач RCV2 – другу. Підсистеми дублюють одна одну. Вважаємо, що явищами перерозподілу навантаження між елементами цих підсистем можна знехтувати. Між генератором SRC1 та одержувачем RCV1 першої підгрупи і генератором SRC2 та одержувачем RCV2 другої підгрупи включено силовий перемикач SWT, який є внутрішнім елементом. Цей елемент функціонує за таким алгоритмом. Якщо система здатна виконувати свою функцію за допомогою елементів обох підсистем, то він перебуває у ненавантаженому режимі. Якщо елементів обох підсистем недостатньо для виконання функції системи, то здійснюється вмикання цього елемента. Якщо одержана конфігурація забезпечує працездатність, то елемент переходить у навантажений режим, а у зворотному випадку настає непрацездатність системи. Вважаємо, що навантаження елементів основної та резервної системи не залежить від стану інших елементів. Тобто, якщо елемент працездатний, то для будь-якої працездатної конфігурації системи він працює у номінальному режимі. Засоби технічної діагностики та перемикач ідеальні, а зміна навантаження елементів миттєва.

Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов, структура якого подана на рис. 2.

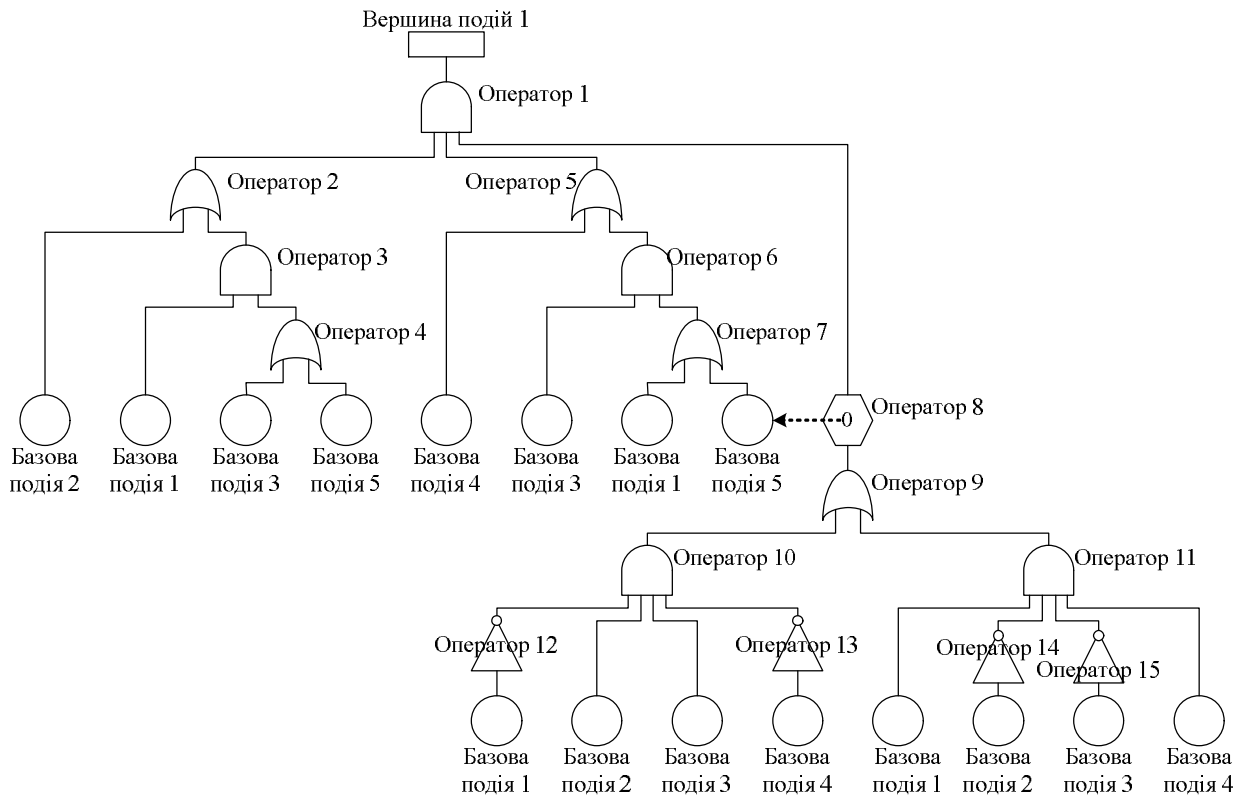


Рис. 2. Динамічне дерево відмов системи

Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження між її елементами на основі блоків, які позначають логічні операції та операції відношення. Непрацездатність системи, яку позначено блоком «вершина подій 1», є критична, тобто, після її появи відновлення системи не розглядається. Така подія настає, якщо обидві підсистеми нездатні виконувати свої функції, що описано блоком «оператор 1», тип якого задано логічною операцією І. Нездатність виконувати свою функцію першою підсистемою настає, якщо одержувач RCV1 стає непрацездатним або втрачає живлення, що описано блоком «оператор 2», тип якого задано логічною операцією АБО. Втрата живлення одержувачем RCV1 настає, якщо генератор SRC1 стає непрацездатним та неможливо подати живлення від генератора SRC2, що описано блоком «оператор 3», тип якого задано логічною операцією І. Неможливість подати живлення від генератора SRC2 настає, якщо стають непрацездатними генератор SRC2 або силовий перемикач SWT, що описано блоком «оператор 4», тип якого задано логічною операцією АБО. Другу підсистему аналізуємо за аналогією. Нездатність виконувати свою функцію для неї настає, якщо одержувач RCV2 стає непрацездатним або втрачає живлення, що описано блоком «оператор 5», тип якого задано логічною операцією АБО. Втрата живлення одержувачем RCV2 настає, якщо генератор SRC2 стає непрацездатним та неможливо подати живлення від генератора SRC1, що описано блоком «оператор 6», тип якого задано логічною операцією І. Неможливість подати живлення від генератора SRC1 настає, якщо стають непрацездатними власне генератор SRC1 або силовий перемикач SWT, що описано блоком «оператор 7», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність генератора SRC1 позначено блоком «базова подія 1», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами  $\alpha_1$  та  $\beta_1$ . Непрацездатність одержувача RCV1 – блоком «базова подія 2» та за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_2$  та  $\beta_2$ ; непрацездатність SRC2 – блоком «базова подія 3» та за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_3$  та  $\beta_3$ ; та непрацездатність RCV2 – блоком «базова подія 4» та за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_4$  та  $\beta_4$ . Тривалість ремонтування вказаних елементів вважаємо розподіленою експоненціально із параметром  $\mu$ . Непрацездатність силового перемикача SWT позначено блоком «базова подія 5», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами  $\alpha_5$  та  $\beta_5$ . Ремонтівання цього елемента за вказаних вище умов незатребуване. У даній моделі формалізуємо зміну навантаження силового перемикача SWT залежно від стану елементів обох під-

систем відповідно до алгоритму ненавантаженого резервування. Для опису цього явища сформовано спеціальний фрагмент динамічного дерева відмов. Умова зміни навантаження не повинна впливати на умову непрацездатності системи, що забезпечено включенням блока «оператор 8», тип якого задано операцією відношення із порогом 0. Зміна навантаження відбувається, якщо система переходить в один із двох контрольних станів, що описано блоком «оператор 9», тип якого задано логічною операцією АБО. У цьому ж блоці задано умову зміни навантаження. Якщо на вхід блоку подається логічний сигнал ХИБНО, тобто жодна умова не справджується, то інтенсивність процесу напрацювання силового перемикача SWT, який задано у блоці «базова подія 5», встановлюємо рівною нулеві. Перший контрольний стан полягає у тому, що генератор SRC1 та одержувач RCV2 непрацездатні, а одержувач RCV1 та генератор SRC2 працездатні. Другий контрольний стан, навпаки, – генератор SRC1 та одержувач RCV2 працездатні, а одержувач RCV1 та генератор SRC2 непрацездатні. Переходи системи у контрольні стани діагностуються за станами елементів обох підсистем, що описано блоками «оператор 10» та «оператор 11», тип яких задано логічною операцією І. Інверсію станів елементів підсистем виконано блоками «оператор 12»–«оператор 15», тип яких задано операцією НІ.

#### 4. Модель станів та подій системи

На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із містковою структурою, згідно із формалізованими правилами [7, с. 67] складено модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проєкційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф станів та переходів такої моделі подано на рис. 3, а її параметри у табл. 1.

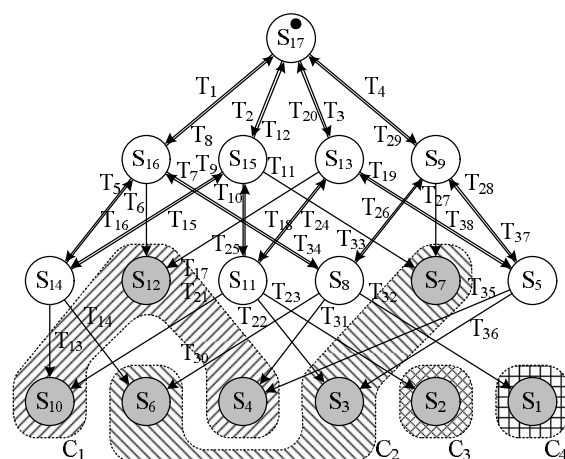


Рис. 3. Граф станів та переходів системи

Таблиця 1

Параметри моделі станів та подій системи

№	Опис станів								Опис подій			
	Поч. стан	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування					Y	Назва події	Заверш. процес	Кінц. стан	
			P <sub>1</sub> /P <sub>6</sub>	P <sub>2</sub> /P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub> /P <sub>8</sub>	P <sub>4</sub> /P <sub>9</sub>	P <sub>5</sub>					
1	S <sub>17</sub>		1 / 0	1 / 0	1 / 0	1 / 0	0	1	T <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>16</sub>	
2									T <sub>2</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>15</sub>	
3									T <sub>3</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>13</sub>	
4									T <sub>4</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>9</sub>	
5	S <sub>16</sub>		0 / 1	1 / 0	1 / 0	1 / 0	0	1	T <sub>5</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>14</sub>	
6									T <sub>6</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>12</sub>	
7									T <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>8</sub>	
8									T <sub>8</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>17</sub>	
9	S <sub>15</sub>		1 / 0	0 / 1	1 / 0	1 / 0	0	1	T <sub>9</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>14</sub>	
10									T <sub>10</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>11</sub>	
11									T <sub>11</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>7</sub>	
12									T <sub>12</sub>	P <sub>7</sub>	S <sub>17</sub>	
13	S <sub>14</sub>		0 / 1	0 / 1	1 / 0	1 / 0	0	1	T <sub>13</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>10</sub>	
14									T <sub>14</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>6</sub>	
15									T <sub>15</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>15</sub>	
16									T <sub>16</sub>	P <sub>7</sub>	S <sub>16</sub>	
17	S <sub>13</sub>		1 / 0	1 / 0	0 / 1	1 / 0	0	1	T <sub>17</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>12</sub>	
18									T <sub>18</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>11</sub>	
19									T <sub>19</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	
20									T <sub>20</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>17</sub>	
21	S <sub>12</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
22	S <sub>11</sub>		1 / 0	0 / 1	0 / 1	1 / 0	1	1	T <sub>21</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>10</sub>	
23									T <sub>22</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>3</sub>	
24									T <sub>23</sub>	P <sub>5</sub>	S <sub>2</sub>	
25									T <sub>24</sub>	P <sub>7</sub>	S <sub>13</sub>	
26	T <sub>25</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>15</sub>									
27	S <sub>10</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
28	S <sub>9</sub>		1 / 0	1 / 0	1 / 0	0 / 1	0	1	T <sub>26</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>8</sub>	
29									T <sub>27</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>7</sub>	
30									T <sub>28</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>5</sub>	
31									T <sub>29</sub>	P <sub>9</sub>	S <sub>17</sub>	
32	S <sub>8</sub>		0 / 1	1 / 0	1 / 0	0 / 1	1	1	T <sub>30</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>6</sub>	
33									T <sub>31</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	
34									T <sub>32</sub>	P <sub>5</sub>	S <sub>1</sub>	
35									T <sub>33</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>9</sub>	
36	T <sub>34</sub>	P <sub>9</sub>	S <sub>16</sub>									
37	S <sub>7</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
38	S <sub>6</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
39	S <sub>5</sub>		1 / 0	1 / 0	0 / 1	0 / 1	0	1	T <sub>35</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>4</sub>	
40									T <sub>36</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	
41									T <sub>37</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>9</sub>	
42									T <sub>38</sub>	P <sub>9</sub>	S <sub>13</sub>	
43	S <sub>4</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
44	S <sub>3</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
45	S <sub>2</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-
46	S <sub>1</sub>		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	0	-	-	-



Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі допоміжних марковських моделей процесів її елементів. Вважаємо, що для процесу  $P_1\{\alpha_1, \beta_1\}$  параметри його допоміжної марковської моделі становлять:  $\{A_1, p_1(0), C_1\}$ , для  $P_2\{\alpha_2, \beta_2\}$  –  $\{A_2, p_2(0), C_2\}$ , для  $P_3\{\alpha_3, \beta_3\}$  –  $\{A_3, p_3(0), C_3\}$ , для  $P_4\{\alpha_4, \beta_4\}$  –  $\{A_4, p_4(0), C_4\}$ , для  $P_5\{\alpha_5, \beta_5\}$  –  $\{A_5, p_5(0), C_5\}$ , для  $P_6\{\mu\}$  –  $\{A_6, p_6(0), C_6\}$ , для  $P_7\{\mu\}$  –  $\{A_7, p_7(0), C_7\}$ , для  $P_8\{\mu\}$  –  $\{A_8, p_8(0), C_8\}$  та для  $P_9\{\mu\}$  –  $\{A_9, p_9(0), C_9\}$ . Відповідно до вказаних параметрів компоненти моделі обчислено згідно із поданими нижче формулами, зокрема, для працездатного стану  $S_{17}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{17}} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9, \\ p_{S_{17}}(0) &= p_1(0) \otimes p_2(0) \otimes p_3(0) \otimes p_4(0) \otimes p_5(0) \otimes \\ &\otimes p_6(0) \otimes p_7(0) \otimes p_8(0) \otimes p_9(0), \end{aligned}$$

де  $E_1$ – $E_9$  – одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць інтенсивності переходів  $A_1$ – $A_9$ ;  $I$  – одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів  $A_1$ – $A_9$ .

Для працездатного стану  $S_{16}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{16}} &= \\ &= E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_{15}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{15}} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes A_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_{14}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{14}} &= \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes A_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_{13}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{13}} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes A_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_{11}$ :

$$\begin{aligned} A_{S_{11}} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes A_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes A_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes A_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_9$ :

$$\begin{aligned} A_{S_9} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes A_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_8$ :

$$\begin{aligned} A_{S_8} &= \\ &= E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes A_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes A_9. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_5$ :

$$\begin{aligned} A_{S_5} &= \\ &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes A_8 \otimes E_9 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes A_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_1, T_9, T_{17}, T_{21}, T_{26}$  та  $T_{35}$ , спричинених завершенням процесу  $P_1$ :

$$\begin{aligned} A_{T_1} &= A_{T_9} = A_{T_{17}} = A_{T_{21}} = A_{T_{26}} = A_{T_{35}} = \\ &= p_1 C_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_2, T_5, T_{18}, T_{27}, T_{30}$  та  $T_{36}$ , спричинених завершенням процесу  $P_2$ :

$$\begin{aligned} A_{T_2} &= A_{T_5} = A_{T_{18}} = A_{T_{27}} = A_{T_{30}} = A_{T_{36}} = \\ &= E_1 \otimes p_2 C_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_3, T_6, T_{10}, T_{13}, T_{28}$  та  $T_{31}$ , спричинених завершенням процесу  $P_3$ :

$$\begin{aligned} A_{T_3} &= A_{T_6} = A_{T_{10}} = A_{T_{13}} = A_{T_{28}} = A_{T_{31}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes p_3 C_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_4, T_7, T_{11}, T_{14}, T_{19}$  та  $T_{22}$ , спричинених завершенням процесу  $P_4$ :

$$\begin{aligned} A_{T_4} &= A_{T_7} = A_{T_{11}} = A_{T_{14}} = A_{T_{19}} = A_{T_{22}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes p_4 C_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_{23}$  та  $T_{32}$ , спричинених завершенням процесу  $P_5$ :

$$\begin{aligned} A_{T_{23}} &= A_{T_{32}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes p_5 C_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_8, T_{15}$  та  $T_{33}$ , спричинених завершенням процесу  $P_6$ :

$$\begin{aligned} A_{T_8} &= A_{T_{15}} = A_{T_{33}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes p_6 C_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_{12}, T_{16}$  та  $T_{24}$ , спричинених завершенням процесу  $P_7$ :

$$\begin{aligned} A_{T_{12}} &= A_{T_{16}} = A_{T_{24}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes p_7 C_7 \otimes E_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_{20}, T_{25}$  та  $T_{37}$ , спричинених завершенням процесу  $P_8$ :

$$\begin{aligned} A_{T_{20}} &= A_{T_{25}} = A_{T_{37}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes p_8 C_8 \otimes E_9. \end{aligned}$$

Для подій  $T_{29}, T_{34}$  та  $T_{38}$ , спричинених завершенням процесу  $P_9$ :

$$\begin{aligned} A_{T_{29}} &= A_{T_{34}} = A_{T_{38}} = \\ &= E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 \otimes p_9 C_9. \end{aligned}$$

Одержана модель містить 544 диференціальних рівнянь.

## 6. Причини непрацездатності системи

На основі розщепленої однорідної марковської моделі обчислено ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи із містковою структурою, в якій внутрішній елемент функціонує у ненавантаженому резерві. Вважаємо, що параметри моделі набувають таких числових значень:  $\alpha_1 = 10\,000$  год.,  $\beta_1 = 1,1$ ;  $\alpha_2 = 5\,000$  год.,  $\beta_2 = 1,3$ ;  $\alpha_3 = 9\,000$  год.,  $\beta_3 = 1,1$ ;  $\alpha_4 = 4\,000$  год.,  $\beta_4 = 1,3$ ;  $\alpha_5 = 100$  год.,  $\beta_5 = 1,2$  та  $\mu = 0,02$  год<sup>-1</sup>. На рис. 4 подано криві ймовірнісних характеристик, зокрема, крива 1 відповідає ймовірності непрацездатності системи внаслідок відмови генераторів SRC1 та SRC2, тобто множини  $C_1$ , крива 2 – одержувачів RCV1 та RCV2, тобто  $C_2$ , крива 3 – генератора SRC2, силового пе-

ремикача SWT та одержувача RCV1, тобто  $C_3$  та крива 4 – генератора SRC1, силового перемикача SWT та одержувача RCV2, тобто  $C_4$ .

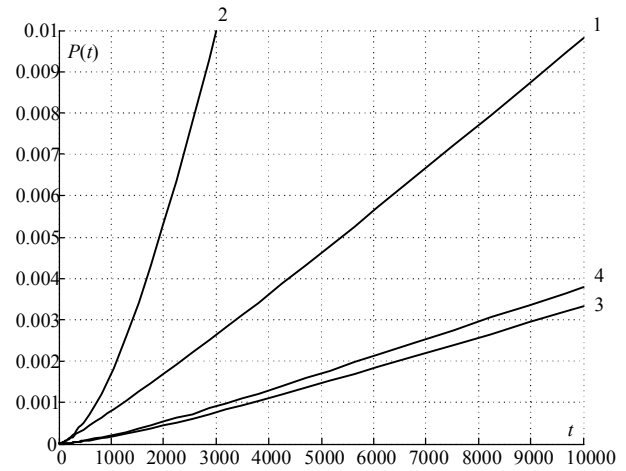


Рис. 4. Криві ймовірнісних характеристик причини непрацездатності системи

У табл. 2 зведено дані про причини непрацездатності системи для тривалості експлуатації 10 000 год.

Таблиця 2  
Причини непрацездатності системи

№	Опис причини непрацездатності		Відносна вага причини
	За елементами	За станами	
$C_2$	RCV1, RCV2	$S_3, S_6, S_7$	73,79 %
$C_1$	SRC1, SRC2	$S_4, S_{10}, S_{12}$	15,21 %
$C_4$	SRC1, RCV2, SWT	$S_1$	5,86 %
$C_3$	RCV1, SRC2, SWT	$S_2$	5,14 %

На підставі даних про причини непрацездатності робимо висновок, що для зменшення ймовірності непрацездатності системи для моменту часу 10 000 год. необхідно вжити заходів щодо підвищення безвідмовності одержувачів RCV1 та RCV2, оскільки їх непрацездатність є найімовірнішою причиною відмови системи із відносною вагою 73,79 %.

## Висновки

Розроблено математичну модель надійності системи із містковою структурою, в якій внутрішній елемент функціонує у ненавантаженому резерві, призначену для визначення ймовірнісних характеристик причин непрацездатності такої системи. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, в якому задано логічну умову зміни навантаження для внутрішнього елемента структури. Ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи визначено за марковською моделлю,

в якій на основі розщеплення простору станів, враховано зміну навантаження внутрішнього елемента, а також напрацювання до відмови за законом Вейбулла для усіх елементів системи. На основі одержаної моделі визначено відносну вагу кожної причини непрацездатності системи. Подальші дослідження скеровано на формалізацію та аналіз впливу інших стратегій зміни навантаження внутрішнього елемента системи із містковою структурою.

## Література

1. *Dynamic fault trees resolution: A conscious trade-off between analytical and simulative approaches [Text]* / F. Chiacchio, L. Compagno, D. D'Urso, et al. // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2011. – Vol. 96, No. 11. – P. 1515–1526.
2. *Vega, M. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets [Text]* / M. Vega, H. G. Sarmiento // *Industry Applications, IEEE Transactions on*. – 2008. – Vol. 44, No. 6. – P. 1851–1858.
3. *Wei-Chang, Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks [Text]* / Yeh Wei-Chang // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2006. – Vol. 91, No 1. – P. 36–43.
4. *Khanh Nguyen, T. P. Method for evaluating an extended Fault Tree to analyse the dependability of complex systems: Application to a SWTellite-based railway system [Text]* / T. P. Khanh Nguyen, Julie Beugina, Juliette Marais // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2015. – Vol. 133. – P. 300–313.
5. *Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism [Text]* / G. Manno, F. Chiacchio, L. Compagno, D. D'Urso, N. Trapani // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2014. – Vol. 121. – P. 250–262.
6. *Codetta-Raiteri, D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power [Text]* / D. Codetta-Raiteri // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2011. – Vol. 96, No. 5. – P. 534–544.
7. *Щербовських, С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження [Текст] : монографія / С. В. Щербовських. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 296 с.*

Надійшла до редакції 10.06.2015, розглянута на редколегії 18.06.2015

## МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРИЧИН НЕРАБОТОСПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ С МОСТИКОВОЙ СТРУКТУРОЙ, В КОТОРОЙ ВНУТРЕННИЙ ЭЛЕМЕНТ ФУНКЦИОНИРУЕТ В НЕНАГРУЖЕННОМ РЕЗЕРВЕ

*Т. А. Стефанович, С. В. Щербовских*

Предложена математическая модель надежности системы с мостиковой структурой, в которой внутренний элемент функционирует в ненагруженном резерве, предназначенная для анализа причин неработоспособности такой системы. Модель адекватно учитывает влияние изменения нагрузки во внутреннем элементе мостиковой структуры на вероятностные характеристики причин неработоспособности системы. Процесс изменения нагрузки формализован динамическим деревом отказов, а вероятностные характеристики определены на основании расщепленной однородной марковской модели. Полученные результаты являются основой для разработки мероприятий по повышению надежности исследуемой системы.

**Ключевые слова:** модель надежности, причина неработоспособности, мостиковая структура, перераспределение нагрузки, динамическое дерево отказов, граф состояний и переходов, марковская модель.

## RELIABILITY MODEL FOR FAILURE CAUSE ANALYSIS FOR SYSTEM WITH BRIDGE STRUCTURE THAT INTERNAL COMPONENT FUNCTIONING IN UNLOADED REDUNDANCY

*T. A. Stefanovych, S. V. Shcherbovskykh*

A mathematical reliability model for system with bridge structure that internal component is functioning in unloaded redundancy for failure cause analysis is suggested. The model adequately takes into account load-sharing effect of bridge structure internal component on failure cause probability characteristics of the system. Load-sharing processes are formalized by dynamic fault tree, and probability characteristics are calculated based on split homogeneous Markov model. Obtained results can be the basis for recommendation developing for reliability improving of the system.

**Key words:** reliability model, failure cause, bridge structure, load-sharing, dynamical fault tree, state and transition diagram, Markov model.

**Стефанович Тетяна Олександрівна** – канд. техн. наук, доц., доцент кафедри проектування та експлуатації машин, Національний університет «Львівська політехніка», e-mail: stefanovych@lp.edu.ua.

**Щербовських Сергій Володимирович** – д-р техн. наук, с.н.с., с.н.с. науково-дослідної групи при кафедрі теоретичної радіотехніки та радіовимірювання, Національний університет «Львівська політехніка», e-mail: shcherbov@lp.edu.ua.