УДК 004.942:004.42:519.85

А. В. КАРТАШОВ, К. П. КОРОБЧИНСКИЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КОМПОНОВОЧНОГО СИНТЕЗА СФЕРИЧЕСКИХ КОНФИГУРАЦИЙ

В статье вводится понятие компоновочного синтеза оптимальных конфигураций. Рассматривается одна задача нахождения оптимальной конфигурации геометрических объектов сферической формы. Для этой задачи приводится несколько эквивалентных математических моделей. Поскольку задача является NP-полной, рассматриваются методы для ее решения, основанные на переборе и улучшении локальных минимумов. Для локального поиска используется открытый программный пакет IPOPT, реализующий поиск локального минимума методами внутренней точки. Для глобального поиска используются стратегия генетического алгоритма, метод расширения пространства и интерактивный метод на основе визуального представления результатов. Предлагаются информационные технологии преобразования геометрической информации в процессе решения задачи. Приводится пример численного решения.

Ключевые слова: *компоновочный синтез, геометрическая информация, оптимальная конфигурация, сферический объект, оптимальное размещение.*

Введение

Под задачами компоновочного синтеза будем понимать формирование из набора геометрических объектов такого их взаимного расположения, которое удовлетворяло бы заданным отношениям (ограничениям, свойствам) и доставляла бы экстремум некоторому критерию качества. Согласно большого энциклопедического словаря, под термином конфигурация понимается внешний вид, очертание, а также взаимное расположение предметов и их частей. В математике, как правило, конфигурация обозначает некоторое расположение точечных множеств в пространстве. Таким образом, задачу компоновочного синтеза можно рассматривать как определение оптимальной конфигурации системы геометрических объектов, удовлетворяющей заданным условиям. Конфигурации будем называть сферическими, если все, входящие в систему, геометрические объекты являются сферическими.

В настоящей статье мы ограничиваемся классом объектов сферической формы. Однако полученные результаты могут быть обобщены на более широкие классы геометрических объектов. Об актуальности задач компоновочного синтеза сферических объектов свидетельствует значительное число публикаций. В работе [1] приводится обзор работ, посвященных этой тематике, содержащий более 60 ссылок. В работах [2-4] задача рассматривается как задача математического программирования и для направленного перебора локальных минимумов используется метод, в котором два сферических объекта меняются местами так, чтобы это гарантировано улучшило функцию цели. В работах [5-7] рассматривается ряд эвристических подходов для глобального поиска. Публикации [8-10] исследуют задачи компоновки сферических объектов с дополнительными ограничениями. Следует сказать, что при рассмотрении указанного класса задач в приведенных работах основное внимание уделялось вопросам математического моделирования систем с объектами заданной пространственной формой и разработкой специальных методов нелинейной оптимизации. Вопросы же, касающиеся информационного обеспечения, анализа структуры данных и способов преобразования геометрической информации в процессе оптимизации, освещены недостаточно полно.

Целью настоящей статьи является рассмотрение одной задачи сферического синтеза, построение ее нескольких эквивалентных моделей и описание подходов к решению, использующих информационные технологии. Применение информационных технологий позволяет решать следующие задачи:

– организовать автоматический обмен информацией между оригинальными программными компонентами и специализированными программными комплексами, использующимися для получения локальных решений и отображения результатов решения в удобной и многофункциональной форме;

– распараллеливать процессы поиска локальных минимумов на этапе глобального поиска, что существенно снижает временные затраты на решение задачи;

– осуществлять интерактивный поиск решения, что позволяет получать лучшие результаты за более короткое время.

1. Сферические объекты и геометрическая информация

В данной работе в качестве базовых геометрических объектов будут выступать объекты сферической формы общего положения, т.е. множества

$$S_i \in R^3, i \in J_n = \{1, 2, \ldots, n\}, \quad (1)$$

определяемые как

$$S_i = \{X \in R^3 \mid (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 \le r_i^2\}, \quad i \in J_n, \quad (2)$$

где $p_i = (x_i, y_i, z_i)$ - вектор параметров размещения, определяющий координаты центра сферы S_i, а r_i - ее радиус. Таким образом, каждый сферический объект S_i описывается четырьмя параметрами, которые в соответствие с [11, 12] будем называть геометрической информацией об объекте S_i и обозначать через

$$g_i = (p_i, r_i) = (x_i, y_i, z_i, r_i) \in R^4.$$

Тогда под геометрической информацией о наборе объектов S_i, $i \in J_n$ будем понимать вектор

$$g = (g_1, g_2, \ldots, g_n) \in G. \quad (3)$$

Полученное пространство $G_1 = R^{4n}$, порожденное параметрами всех рассматриваемых объектов, будем называть в соответствии с [11, 12] пространством геометрических информаций.

Одним из классов задач компоновочного синтеза являются задачи размещения геометрических объектов [12]. К этому классу относятся задачи, в которых объекты не должны пересекаться, точнее не должны иметь общих внутренних точек, т.е. для объектов набора (1) должны выполняться условия вида:

$$\operatorname{int} S_i \cap \operatorname{int} S_j = \{\varnothing\} \forall i, j \in J_n, i \ne j. \quad (4)$$

Множество всех векторов пространства G_1, для которых будет выполняться условие (4) будем называть множеством размещений и обозначать $P_1 \subset G_1$.

При решении различных задач в зависимости от конкретной постановки может требоваться, чтобы какие-то из параметров, формирующих пространство G_1, были константами, а какие-то переменными величинами. Это будет порождать соответствующие подпространства G_1, в которых будет происходить оптимизация. Рассмотрим одну из таких задач и покажем, как для неё могут быть построены математические модели.

2. Построение математических моделей задач размещения

Рассмотрим следующую задачу. Дан набор объектов вида (1). При этом радиусы всех объектов, в общем случае, различны и не могут изменяться в ходе решения. А параметры размещения – переменные. Нам необходимо определить такие значения параметров размещения, чтобы выполнялись условия (4) и радиус сферической оболочки набора (1) был бы минимален.

Рассмотрим два подхода к построению математической модели для этой задачи. Переменные этой задачи образуют подпространство K в пространстве геометрических информаций (3) размерностью 3n. Вектор этого пространства будет состоять только из параметров размещения объектов:

$$x^T = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \ldots, x_n, y_n, z_n) \in K = R^{3n}.$$

$$\text{Найти } \min \max_{i \in J_n} \left(\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} + r_i\right) \quad (4)$$

при ограничениях

$$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \ge (r_i - r_j)^2, \quad i, j \in J_n, \ i < j. \quad (5)$$

Рассмотренная модель задачи (4) и (5) содержит n(n-1)/2 квадратичных ограничений и нелинейную функцию цели, заданную кусочно-аналитическим выражением (4). Такой вид функции не всегда удобен, так как функция не является везде гладкой, и, соответственно, некоторые методы решения (специализированные программные пакеты) не могут быть использованы. Поэтому предлагается следующая модель.

К рассмотрению добавляется объект S_0 радиуса r_0 с центром в точке $p_0 = (0,0,0)$. Таким образом, в этом случае пространство геометрических информаций вида (3) будет иметь размерность $R^{4(n+1)}$. Все объекты S_i, $i \in J_n$, должны принадлежать S_0, при этом радиус r_0 должен быть минимальным. Новая модель будет иметь дополнительную переменную r_0 и, значит, вектор переменных будет выглядеть так

$$x^T = (x_1, y_1, z_1, \ldots, x_n, y_n, z_n, r_0) \in K_1 = R^{3n+1},$$

а модель будет иметь вид:

$$r_0 \to \min \qquad (6)$$

при ограничениях

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \le (r_0 - r_i)^2, \; i \in J_n \qquad (7)$$

$$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \ge (r_i - r_j)^2,$$

$$i, j \in J_n, \; i < j. \qquad (8)$$

Новая модель (6) - (8) рассматривается в пространстве, размерность которого на единицу больше, имеет n дополнительных ограничений вида (7), но зато функция цели линейна. Можно показать эквивалентность этих двух моделей.

Предложим еще одну модель. В приведенной постановке радиусы $r_i, i \in J_n$ шаров являются константами. Зафиксируем $r_i^0 = r_i$, $i \in J_n$ и, не теряя общности, положим, что радиусы упорядочены по возрастанию. В соответствии с методом расширения пространства [13] ослабим ограничения на радиусы шаров $r_i, i \in J_n$ и будем считать их независимыми переменными.

Сформируем систему ограничений

$$\sum_{i=k+1}^{n} r_i = \sum_{i=k+1}^{n} r_i^0, \qquad (9)$$

$$\sum_{i \in \Omega} r_i \ge \sum_{i=1}^{|\Omega|} r_{k+i}^0, \;\; \forall \Omega \subset J_n, \qquad (10)$$

$$\sum_{i=k+1}^{n} \left(r_i - \tau\right)^2 = \sum_{i=k+1}^{n} \left(r_i^0 - \tau\right)^2, \qquad (11)$$

где $\tau = \dfrac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^{n} r_i^0$.

Система уравнений и неравенств (9) - (11) описывает множество всевозможных перестановок из чисел $\left\{r_{k+1}^0, r_{k+2}^0, \ldots, r_n^0\right\}$. Таким образом, метод искусственного расширения пространства позволил сформировать задачу (6)-(8) в пространстве переменных r_0, x_i, y_i, z_i, r_i, $i \in J_n$.

Задача вида (6) - (11) эквивалентна задаче (6) - (8). Как известно [2], эта задача многоэкстремальна с верхней оценкой количества экстремумов – C_p^m, где p=n(n-1)/2, а m=3n+1. Поэтому при ее решении важно не только находить локальные экстремумы, но и использовать эффективные методы для их перебора.

3. Метод решения задачи

Для нахождения одного локального минимума можно воспользоваться любым методом нелинейной оптимизации. В нашей работе будем использовать открытую систему для решения задач оптимизации IPOPT [14], использующую для поиска локального минимума методы внутренних точек.

Для перебора локальных минимумов будем использовать несколько подходов. Первый из них основан на применении метода расширения пространства [13]. Этот метод состоит в поиске локального минимума для задачи (6) - (8), а затем в полученной точке осуществляется переход к модели (6) - (11), в которой начальные значения радиусов кругов изменяются в определенном диапазоне случайным образом. После этого снова выполняется локальный поиск и так многократно. Такой подход позволяет осуществлять направленный перебор локальных минимумов, улучшая решение.

Второй подход основан на многократном поиске локальных минимумов с использованием генетического алгоритма.

Третий подход является интерактивным (использует интуицию человека). После получения некоторого решения результат отображается в графическом редакторе, и исследователь может изменить взаимное расположение объектов, после чего снова включается один из автоматических методов.

4. Информационные технологии преобразования геометрической информации при решении задачи

При решении задачи необходимо обеспечить взаимодействие между различными этапами решения. Для этого необходимо многократно осуществлять преобразования геометрической информации из одной формы в другую. Рассмотрим наиболее важные из таких преобразований.

4.1. Автоматическое преобразование геометрической информации в модель данных системы IPOPT

При решении задачи в пакете IPOPT необходимо математическую модель задачи оптимизации представлять в виде специальных структур данных, включающих массивы и функции. В этих структурах должна находиться информация о векторе переменных задачи; о функции цели, ее градиенте и матрице Гессе; о наборе ограничений и его якобиане. При этом матрица якобиана, например, хранится как разряженная матрица, т.е. необходимо описывать только ее ненулевые элементы. Таким образом, если обозначить через M_1 – представление для пакета IPOPT модели задачи (6) - (8), а через M_2 – модели (6) - (11), то были реализованы преобразования геометрической информации G_1 -> P_1-> M_1 -> M_2 -> G_1.

4.2. Распараллеливание процессов решения на этапах глобального поиска

При использовании генетического алгоритма при создании популяции необходимо создать набор случайных особей, и для каждой из них посчитать значение функции цели, которая в этих задачах называется функцией приспособленности. В нашем случае мы для каждой особи будем искать соответствующий локальный минимум. Это процесс достаточно трудоемкий, и, поскольку поиск одного локального минимума никак не зависит от поисков других локальных минимумов, то разумно их вычисления распараллелить. Для этого были реализованы отображения

$$G_1 \to P_1 \to M_1^n \to \ldots \to M_1^n \to G_1,$$

где M_1^n - условное обозначение n процессов вычисления локального минимума, а n – размер популяции в генетическом алгоритме.

4.3. Визуализация хода и результатов решения

Визуализации решения и процесса решения (т.е. итераций оптимизации) в трехмерном пространстве является достаточно сложной задачей, поэтому есть смысл использовать для этого специальные пакеты программ. Многие из них, например, 3DMax, Cinema и ряд других, используют для описания геометрии язык ECMAScript. Обозначим через E множество таких описаний. В работе было реализовано автоматическое преобразование геометрической информации G_1 -> E. Пример результата такого отображения приведен на рис. 1. В окошке слева – геометрическая информация, а в окошке справа – ее вид в ECMAScript. После этого полученное представление используется для собственно отображения рисунка на экране компьютера. На рис. 2 показан результат трехмерное представления отображения с использованием 3DMax данных, приведенных на рис. 1. Такое отображение обозначим как E -> D.

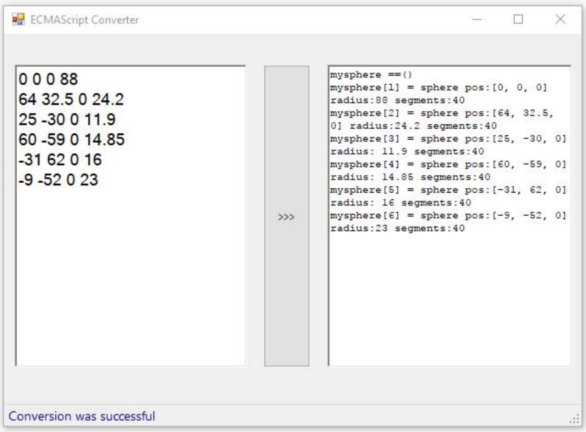

Рис. 1. Преобразование геометрической информации в ECMAScript: G_1 -> E

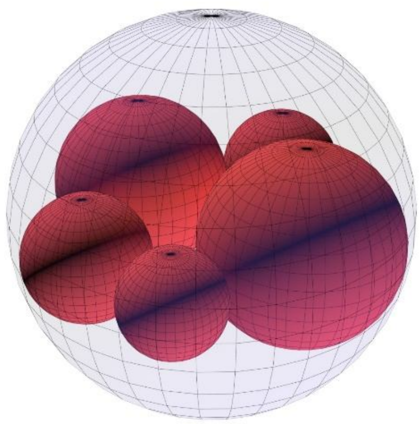

Рис. 2. Трехмерное представления отображения с использованием 3DMax

4.4. Интерактивный режим решения с использованием визуализации

В работе была реализована возможность интерактивного поиска оптимальной конфигурации. Пользователь системы может в среде 3DMax изменить конфигурацию объектов. При этом могут нарушиться условия синтеза (7) и (8). Новая конфигурация после этого служит начальной точкой для очередного оптимизационного поиска. Таким образом, реализовано отображение D -> D -> E -> G_1, т. е. обратное для отображения, описанного в разделе 4.3.

5. Численный пример решения задачи

Приведем в качестве примера результаты решения одной задачи с 20 исходными сферическими объектами. Исходная геометрическая информация о задаче приведена в табл. 1.

Геометрическая информация, описывающая оптимальную конфигурацию, приведена в табл. 2. При решении была использована комбинация метода расширения пространства и генетического алгоритма. Полученный оптимальный радиус внешнего круга – 51,86. Визуальное представление оптимальной конфигурации приведено на рис. 3.

Таблица 1

Исходная геометрическая информация

n	x	y	z	r
0	0	0	0	292
1	-12,82	64,29	60,58	15
2	-9,49	33,09	-66,60	16
3	-6,92	21,47	12,57	16
4	-70,85	23,26	-56,28	12
5	-23,97	9,06	58,80	11
6	4,38	65,87	8,89	16
7	69,13	46,34	-17,38	11
8	-29,25	-69,63	-28,66	19
9	-3,57	72,70	25,99	14
10	-14,60	-16,27	-4,45	17
11	-13,14	-46,76	14,78	10
12	0,81	20,40	60,48	19
13	50,93	-17,34	67,95	18
14	23,60	47,60	59,97	10
15	-17,60	-14,20	7,12	18
16	-22,53	32,07	25,22	15
17	-22,88	-1,06	22,66	10
18	70,27	38,07	70,06	18
19	-59,50	-17,44	-65,20	14
20	-21,91	35,76	-72,03	13

Выводы

В статье рассмотрены задачи нахождения оптимальных конфигураций геометрических объектов. Введено понятие компоновочного синтеза оптимальных конфигураций и описаны информационные технологии преобразования структуры данных в процессе преобразования геометрической информации и решении задач оптимального синтеза. Применение информационных технологий позволило находить решения более высокого качества за меньшее время.

Таблица 2

Геометрическая информация об оптимальной конфигурации

n	x	y	Z	r
0	0	0	0	51,86
1	-30,18	3,00	12,65	19
2	26,35	7,53	-28,94	12
3	0,60	1,73	-1,62	14
4	-0,83	10,96	-39,35	11
5	-23,92	-26,07	-5,82	16
6	17,99	30,10	11,35	15
7	34,30	16,82	-7,14	13
8	6,80	-15,22	-29,47	18
9	-13,42	32,83	5,29	16
10	33,55	-10,95	-10,63	15
11	3,60	-30,81	13,57	18
12	-10,14	-11,14	34,73	14
13	30,84	-27,05	8,31	10
14	-2,32	17,60	31,15	16
15	-23,91	2,78	-23,82	18
16	-33,88	23,36	-7,66	10
17	-1,32	-38,36	-14,00	11
18	25,12	-1,67	21,12	19
19	21,04	-33,98	-10,87	10
20	8,30	27,97	-19,07	17

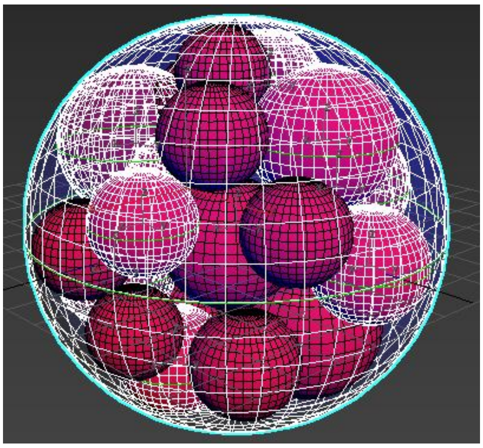

Рис. 3. Визуальное представление оптимальной конфигурации

В данной работе были рассмотрены только задачи компоновки простых сферических объектов. Тем не менее, представленные методы и технологии имеют многочисленные применения в различных областях человеческой деятельности, например, при моделировании структуры жидкостей и материалов из стекла, для изучения свойств гранулированных материалов [5], для моделирования рабочего слоя особо твердых режущих инструментов. Кроме того, решение рассматриваемой задачи имеет важное значение в медицине при планировании радиохирургического лечения опухолей [9]. В то же время важным является то, что рассмотренные методы и технологии являются общими и для существенно более широкого круга задач. Предполагается после их тестирования и отладки на материале сферических конфигураций перейти к применению их для решения задач компоновки объектов более сложной геометрической формы, что позволит применять результаты в складской и транспортной логистике, проектировании сложных технических объектов и в других практических приложениях.

Литература

1. Hifi, M. A literature Review on Circle and Sphere Packing Problems: Model and Methodologies [Text] / M. Hifi, R. M'Hallah // Advances in Optimization Research. – 2009. – P. 27–28.

2. Stoyan, Yu. G. Packing Unequal Spheres into Various Containers [Text] / Yu. G. Stoyan, G. Scheithauer, G. N. Yaskov // Cybernetics and Systems Analysis. – 2016. – no. 52(3). – P. 419–426.

3. Stoyan, Yu. Packing unequal circles into a strip of minimal length with a jump algorithm [Text] / Yu. Stoyan, G. Yaskov // Optimization Letters. – 2014. – Vol. 8(3). – P. 949-970.

4. Stoyan, Yu. Packing of Various Solid Spheres into a Parallelepiped [Text] / Yu. Stoyan, G. Yaskov, G. Scheithauer // Central European Journal of Operational Research. – 2003. – Vol. 11(4). – P. 389–407.

5. Hifi, M. Width Beam and Hill-Climbing Strategies for the Three-Dimensional Sphere Packing Problem [Text] / M. Hifi, L. Yousef // In Proceedings of the 2014 Federated Conference on Computer Science and Information Systems. – 2014. – Vol. 2. – P. 421–428.

6. An Effective Hybrid Algorithm for the Circles and Spheres Packing Problems [Text] / J. Liu, Y. Yao, Y. Zheng, H. Geng, G. Zhou // Combinatorial Optimization and Applications. Lecture Notes in Computer Science. – 2009. – Vol. 5573 – P. 135–144.

7. Sutou, A. Global optimization approach to unequal sphere packing problems in 3D [Text] / A. Sutou, Y. Day // Journal of Optimization Theory and Applications. – 2002. – No. 114(3). – P. 671–694.

8. Birgin, E. G. Minimizing the object dimensions in circle and sphere packing problems [Text] / E. G. Birgin, F. N. C. Sobral // Computers & Operations Research. – 2008. – No. 35 – P. 2357–2375.

9. Wang, J. Packing of Unequal Spheres and Automated Radiosurgical Treatment Planning [Text] / J. Wang // Journal of Combinatorial Optimization, 1999. – Vol. 3 – P. 453–463.

10. An algorithm to packing unequal spheres in a larger sphere [Text] / Z. Z. Zeng, W. Q. Huang, R. C. Xu, Z. H. Fu // Advanced Materials Research. – 2012. – Vol. 546–547. – P. 1464–1469.

11. Стоян, Ю. Г. Пространства геометрических информаций [Текст] / Ю. Г. Стоян // Препринт АН УССР Ин-т пробл. машиностроение. – Х., 1982. – № 173. – 54 с.

12. Стоян, Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. [Текст] / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – К. : Наук. думка, 1986. – 268 с.

13. Yakovlev, S. V. The method of artificial space dilation in problems of optimal packing of geometric objects [Text] / S. V. Yakovlev // Cybernetics and Systems Analysis. – 2017. – Vol. 53(5). – P. 725-732.

14. Kawajir, Y. Introduction to Ipopt: A tutorial for downloading, installing, and using Ipopt [Electronic resource] / Y. Kawajir, C. Laird, A. Wchter. – Available at: http://www.coin-or.org/Ipopt/documentation. – 10.10.2017.

References

1. Hifi, M., M'Hallah, R. A literature Review on Circle and Sphere Packing Problems: Model and Methodologies. *Advances in Optimization Research,* 2009, no. 7, pp. 27–28.

2. Stoyan, Yu. G., Scheithauer, G., Yaskov, G. N. Packing Unequal Spheres into Various Containers. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2016, no. 52(3), pp. 419–426.

3. Stoyan, Yu., Yaskov, G. Packing unequal circles into a strip of minimal length with a jump algorithm. *Optimization Letters*, 2014, vol.8(3), pp. 949-970.

4. Stoyan, Yu., Yaskov, G., Scheithauer, G. Packing of Various Solid Spheres into a Parallelepiped. *Central European Journal of Operational Research,* 2003, no. 11(4), pp. 389–407.

5. Hifi, M., Yousef, L. Width Beam and Hill-Climbing Strategies for the Three-Dimensional Sphere Packing Problem. *In Proceedings of the 2014 Federated Conference on Computer Science and Information Systems,* 2014, vol. 2, pp. 421–428.

6. Liu, J., Yao, Y., Zheng, Yu., Geng, H., Zhou, G. An Effective Hybrid Algorithm for the Circles and Spheres Packing Problems. *Combinatorial Optimization and Applications. Lecture Notes in Computer Science,* 2009, vol. 5573, pp. 135–144.

7. Sutou, A., Day, Y. Global optimization approach to unequal sphere packing problems in 3D. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2002, no. 114(3), pp. 671–694.

8. Birgin, E. G., Sobral, F. N. C. Minimizing the object dimensions in circle and sphere packing problems Computers, *Operations Research*, 2008, no. 35, pp. 2357–2375.

9. Wang, J. Packing of Unequal Spheres and Automated Radiosurgical Treatment Planning. J*ournal of Combinatorial Optimization*, 1999, vol. 3, pp. 453–463.

10. Zeng, Z. Z., Huang, W. Q., Xu, R. C., Fu, Z. H. An algorithm to packing unequal spheres in a larger sphere, *Advanced Materials Research*, 2012, vol. 546, pp. 1464–1469.

11. Stoyan, Yu. G. Prostranstva geometricheskikh informatsii [Spaces of geometric information]. *Preprint. AN USSR In-t probl. Mashinostroenie - Academy of Sciences of the USSR In-t problems Mechanical engineering*, no. 173, Kharkov, 1982. – 54 p.

12. Stoyan, Yu. G., Yakovlev, S. V. *Matematich-*

eskie modeli i optimizatsionnye metody geometricheskogo proektirovaniya [Mathematical models and optimization methods for geometric projection]. Kiev, Nauk. Dumka Publ., 1986. 268 p.

13. Yakovlev, S. V. The method of artificial space dilation in problems of optimal packing of geometric objects *Cybernetics and Systems Analysis,* 2017, vol. 53(5), pp. 725-732.

14. Kawajir, Y. *Introduction to Ipopt: A tutorial for downloading, installing, and using Ipopt.* Available at: http://www.coin-or.org/Ipopt/documentation (accessed 10.10.2017).

Поступила в редакцию 1.11.2017, рассмотрена на редколлегии 22.11.2017

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ КОМПОНУВАЛЬНОГО СИНТЕЗУ СФЕРИЧНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

О. В. Карташов, К. П. Коробчинський

У статті вводиться поняття компонувального синтезу оптимальних конфігурацій. Розглядається одна задача знаходження оптимальної конфігурації геометричних об'єктів сферичної форми. Для цієї задачі наводиться кілька еквівалентних математичних моделей. Оскільки задача є NP-повною, розглядаються методи для її розв'язання, засновані на переборі і покращенні локальних мінімумів. Для локального пошуку використовується відкритий програмний пакет IPOPT, який реалізує пошук локального мінімуму методами внутрішньої точки. Для глобального пошуку використовуються стратегія генетичного алгоритму, метод розширення простору і інтерактивний метод на основі візуального представлення результатів. Пропонуються інформаційні технології перетворень геометричній інформації в процесі розв'язання задачі. Наводиться приклад чисельного розв'язку.

Ключові слова: компонувальний синтез, геометрична інформація, оптимальна конфігурація, сферичний об'єкт, оптимальне розміщення.

MATHEMATICAL MODELS AND INFORMATION TECHNOLOGIES OF LAYOUT SYNTHESIS OF SPHERICAL CONFIGURATIONS

O. V. Kartashov, K. P. Korobchinsky

The concept of layout synthesis of optimal configurations is introduced in the article. Under the tasks of layout synthesis it means the formation of a set of geometric objects in such a mutual arrangement that would satisfy the given relations (constraints, properties) and would deliver an extremum to a certain quality criterion. One problem of finding the optimal configuration of geometric objects of spherical shape is considered. The problem is to find such an arrangement of set of spheres without their mutual overlaps, so that their spherical shell is minimal. For this problem, several equivalent mathematical models are given. Since the problem is NP-complete, methods are considered for solving it, based on the search and improvement of local minima.

To find one local minimum, it can be used any method of non-linear optimization. In this paper it is used an open system IPOPT for solving optimization problems, using the methods of internal points to search for a local minimum.

To search for a local minima, there are used several approaches. The first of them is based on the application of the space expansion method. This method consists in finding a local minimum for a problem with constant radii, and then at the resulting point, a transition to a model with variable radii is made, in which the initial values of the radii of the circles change in a certain range in a random way. After that, the local search is performed again, and so many times. This approach allows for a directed search of a local minima, improving the solution.

The second approach is based on a multiple search for a local minima using a genetic algorithm.

The third approach is an interactive and uses human intuition. After obtaining some solution, the result is displayed in a graphical editor and the researcher can change the mutual position of objects, after which one of the automatic methods is applied. It is necessary that initial position objects do not be feasible.

When solving a problem, it is necessary to ensure interaction between different stages of the solution. To do this, it is need to repeatedly convert geometric information from one form to another. Information technologies for the transformation of geometric information in the process of solving the problem are proposed.

An example of a numerical solution is given.

Keywords: layout synthesis, geometric information, optimal configuration, spherical object, optimal placement.

Карташов Алексей Викторович – канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. информатики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail:alexeykartashov@gmail.com.

Коробчинский Кирилл Петрович – преп. каф. информатики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: kirill.korobchinskiy@gmail.com

Kartashov Oleksii – PhD, Associate Professor of the Department of Computer Science, National Aerospace University «Kharkov Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: alexeykartashov@gmail.com.

Korobchynskyi Kyryl – Teacher of the Department of Computer Science, National Aerospace University «Kharkov Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine, e-mail: kirill.korobchinskiy@gmail.com.